МИНОБРНАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Новосибирский национальный исследовательский государственный университет»
(Новосибирский государственный университет, НГУ)
Структурное подразделение Новосибирского государственного университета –
Специализированный учебно-научный центр Университета (СУНЦ НГУ)
Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

СОГЛАСОВАНО Заместитель директора по УР ________(Петровская О.В.) 23 ноября 2023 г.	УТВЕРЖДЕНО На заседании ученого совета СУНЦ НГУ Протокол № 48 от 23 ноября 2023 г.	УТВЕРЖДАЮ Директор СУНЦ НГУ ____________(Некрасова Л.А.) 23 ноября 2023 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

курса внеурочной деятельности «Олимпиадные задачи по математике»

Заведующий кафедрой математических наук

Миронов Андрей Евгеньевич, д.ф.-м.н., чл.корр РАН

Миронов

Новосибирск 2023

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Ведущую роль в выявлении и развитии способностей одаренных школьников играют школьные предметные олимпиады. Математическое олимпиадное движение получило значительное развитие, ежегодно проводятся школьные, районные, областные и всероссийские олимпиады школьников по математике, что влечёт настоятельную необходимость уделять подготовке школьников по этой тематике особое внимание.

Задачи, предлагаемые школьникам на математических олимпиадах и конкурсах, формально не требуют знаний, выходящих за рамки школьной программы. Вместе с тем, решение каждой из этих задач, как правило, основывается на уникальной идее, требующей от школьника творческого мышления, развитие которого, безусловно, является общей задачей всего школьного образования. Однако, при всей своей нестандартности, конкурсные задачи основываются на вполне определенной, сформировавшейся за долгое время существования олимпиадного движения, методологии, принципиально отличающейся от методологии решения стандартных школьных задач. Так что, хотя, в принципе, школьник может и сам, основываясь лишь на знаниях, входящих в школьную программу, и, конечно же, смекалке, обнаружить верный путь решения, знание ряда специальных методов и приемов, оказывается на олимпиадах и конкурсах весьма полезным. Именно в ознакомлении с этими методами, большей частью основанном, конечно же, на практическом решении конкурсных задач соответствующей тематики, состоит основная цель подготовки к математическим олимпиадам и конкурсам.

Спецкурс рассчитан на сильных учащихся всех параллелей, желающих принимать участие в олимпиадах по математике и интересующихся нестандартными задачами. Изучение курса построено в виде практических занятий, на которых решается большое количество задач. В начале каждого занятия коротко излагается необходимый теоретический материал, демонстрируется решение одной-двух простых задач по теме данного занятия, после чего учащимся предлагается решать задачи самостоятельно. К концу занятия большая часть этих задач разбирается у доски, обсуждается не только решение как таковое, но и возможные недочёты или частичные продвижения к решению и как они оценивались бы при проверке работ на реальной олимпиаде. Обязательное домашнее задание не предусмотрено, однако тем учащимся, которые желают ещё дополнительно самостоятельно готовится к олимпиадам, предоставляются необходимые материалы. Часть заданий носит исследовательский характер. Как при кружковой работе, на занятиях действует система безотметочного обучения. На занятиях применяются следующие виды деятельности: обсуждение, тестирование, исследовательская деятельность, мини-лекции, семинары и практикумы по решению задач.

Методы и формы обучения определяются требованиями ФГОС, с учетом индивидуальных и возрастных особенностей учащихся, развития и саморазвития личности. В связи с этим определены основные приоритеты методики изучения курса: обучение через опыт и сотрудничество, интерактивность - работа в малых группах, личностно-деятельностный и субъект–субъективный подход : большее внимание к личности учащегося, а не целям учителя, равноправное их взаимодействие.

Применяемые формы и методы контроля: тестирование, самопроверка, взаимопроверка учащимися друг друга, собеседование, устный зачет, проверочные письменные работы, наблюдение. В качестве аттестации учащихся предусмотрено проведение промежуточных устных зачетов и итоговой зачетной работы.

Организация самостоятельной работы учащихся способствует привлечению их внимания к математической и научной литературе, которой в настоящее время имеется достаточно. Самостоятельная работа учащихся всемерно поощряется и по возможности контролируется.

Предлагаемый элективный курс предназначен для учащихся 10-11 классов, которые интересуются олимпиадными задачами и участвуют в различных математических соревнованиях (дистанционных, заочных и др. олимпиадах). Данный курс ориентирован на учащихся, изучающих математику на профильном уровне. Содержание курса является дополнением к учебному материалу, характеризуется теми же базисными понятиями и их структурой, но не дублирует его и не выполняет функций дополнительных занятий. Данная рабочая программа рассчитана на 58 часа в 10-11 классах (2 часа в неделю).

Цели курса. 1) Ознакомление учащихся с основными методами решения олимпиадных задач всех уровней сложности, от муниципального до заключительного этапов Всероссийской олимпиады.

2) Повышение общего уровня математической культуры;

3) Формирование и развитие у старшеклассников аналитического и логического мышления при проектировании решения задачи;

4) Формирование опыта творческой деятельности учащихся через исследовательскую деятельность при решении нестандартных задач;

5) Расширение и углубление знаний по математике;

6) Формирование у учащихся таких необходимых для дальнейшей успешной учебы качеств, как упорство в достижении цели, трудолюбие, любознательность, аккуратность, внимательность, чувство ответственности, культура личности;

7) Адаптация учащихся к переходу в высшее учебное заведение, имеющее профильную направленность.

ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

В результате изучения данного элективного курса учащиеся должны знать:

- основные методы и приемы решения олимпиадных задач по математике

должны уметь:

- применять изученные методы и приемы при решении олимпиадных задач уровня сложности не ниже задач, предлагаемых на муниципальном этапе Всероссийской олимпиады.

Изучение курса даст возможность обучающимся достичь следующих результатов в направлении личностного развития:

1) определять круг собственных интересов,

2) объяснять определение алгоритма решения задачи, способа представления решения,

3) самостоятельно конструировать деятельность,

4) развивать умение адекватно оценивать себя,

5) повысить личную уверенность при решении слабоструктурированных задач.

в метапредметном направлении:

1) сформировать зрелое представление о математике как универсальном языке науки и техники, средстве моделирования явлений и процессов;

2) сформировать способность наблюдать, сопоставлять факты, выполнять аналитико-синтетическую деятельность,

3) обучить умению выдвигать гипотезы при решении учебно-познавательных задач, понимать необходимость их проверки, обоснования;

4) обучить умения выстраивать цепочку сложных доказательных рассуждений, опираясь на изученные понятия и их свойства;

5) сформировать понимание необходимости применять приемы самоконтроля при решении математических задач;

6) инициировать стремление продуктивно организовывать учебное сотрудничество и совместную деятельность с учителем и сверстниками

7) сформировать способность видеть математическую задачу в других дисциплинах, в окружающей жизни

в предметном направлении:

1) Умение работать с математическим текстом (структурирование, извлечение необходимой информации), точно и грамотно выражать свои мысли в устной и письменной речи, применяя математическую терминологию и символику, использовать различные языки математики (словесный, символический, графический), развития способности обосновывать суждения, проводить классификацию;

2) Характеризовать способы решения задач;

3) Ориентироваться среди различных типов олимпиадных задач.

СОДЕРЖАНИЕ СПЕЦКУРСА

1. Алгебра и теория чисел (20 часов)**.**

Текстовые задачи на составление уравнений: проценты, движение, производительность. Многочлены: корни, границы корней, теорема Виета. Классы функций и исследование функций. Использование производной. Неравенства: неравенства о средних, перестановочные неравенства, транснеравенство, неэквивалентные переходы. Параметры, графический метод, основные типы неравенств ЕГЭ. Делимость и остатки. Примарное разложение натурального числа. НОД и НОК натуральных чисел. Основная теорема арифметики. Диофантовы уравнения. Основные теоретико-числовые функции. Малая теорема Ферма. Задачи по теории чисел ЕГЭ.

2. Геометрия.(18 часов)

Элементы треугольника, соотношения между ними, теоремы синусов и косинусов. Центры треугольника, окружность девяти точек, вписанная и вневписанные окружности, прямые Эйлера и Симпсона, ортотреугольник. Теоремы Чевы и Менелая. Вписанные и описанные четырёхугольники. Формулы площади четырёхугольника. Вписанные и центральные углы. Геометрические задачи ЕГЭ: доказательства и вычисления. Геометрические преобразования: параллельный перенос, поворот и подобие. Задачи на построение. Задачи на вычисление элементов треугольника. Стереометрия: многогранники и круглые тела, их сечения и задачи на взаимное расположение. Аналитическая геометрия: уравнения прямой и плоскости, нахождение расстояний, площадей и объёмов.

3. Комбинаторика. (20 часов)

Математическая индукция. Перестановки, размещения, выборки, перестановки с повторениями. Биномиальные коэффициенты и их свойства. Принципы сложения, умножения и дополнения. Диаграммы Дена. Комбинаторные текстовые задания олимпиад и ЕГЭ. Принцип максимума, принцип крайнего. Инварианты и полуинварианты, элементарные преобразования. Комбинаторные задачи типа «Пример + оценка». Подсчёт вариантов, снабжение парой, комбинаторные соответствия. Дискретная непрерывность. Метод рассуждений «от противного» и принцип Дирихле. Использование графов при решении задач из разных областей математики. Свойства графов, степень вершины, связность, виды графов. Формула Эйлера. Теорема Рамсея. Задачи по теории игр, игровые стратегии. Элементы математического исследования, примеры исследовательских задач.

Учебно-тематический план курса

№ п/п	Наименование разделов и тем программы	Количество часов	Воспитательный компонент
1.	Алгебра и теория чисел		
1.1.	Текстовые задачи на составление уравнений: проценты, движение, производительность.	2	Развитие и поддержка одаренности обучающихся и обеспечение участия в олимпиадах и конкурсах. Готовность осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе.
1.2.	Многочлены: корни, границы корней, теорема Виета.	2	
1.3.	Классы функций и исследование функций. Использование производной.	1	
1.4.	Неравенства: неравенства о средних, перестановочные неравенства, транснеравенство,	2	

	неэквивалентные переходы.		
1.5.	Самостоятельная работа.	2	
1.6.	Делимость и остатки. Примарное разложение натурального числа. НОД и НОК натуральных чисел.	2	
1.7.	Основная теорема арифметики. Диофантовы уравнения. Основные теоретико-числовые функции. Малая теорема Ферма.	4	
1.8.	Задачи по теории чисел ЕГЭ.	1	
	Консультация	4	
	Всего по разделу	20	

2.	Геометрия		
2.1.	Элементы треугольника, соотношения между ними, теоремы синусов и косинусов. Центры треугольника, окружность девяти точек, вписанная и вневписанные окружности, прямые Эйлера и Симпсона, ортотреугольник. Теоремы Чевы и Менелая.	5	Овладение языком математики и математической культурой как средством познания мира Готовность к активному участию в решении практических задач математической направленности
2.2.	Вписанные и описанные четырёхугольники. Формулы площади четырёхугольника. Вписанные и центральные углы. Геометрические задачи ЕГЭ: доказательства и вычисления.	2	
2.3.	Контрольная работа	2	
2.4.	Геометрические преобразования: параллельный перенос, поворот и подобие. Задачи на построение. Задачи на вычисление элементов треугольника.	2	
2.5.	Стереометрия: многогранники и круглые тела, их сечения и задачи на взаимное расположение.	1	

2.6.	Аналитическая геометрия: уравнения прямой и плоскости, нахождение расстояний, площадей и объёмов.	2	
	Консультация	4	
	Всего по разделу	18	

3.	Комбинаторика		Готовность к труду, осознание ценности трудолюбия, интерес к различным сферам профессиональной деятельности, связанным с математикой и её приложениями. Развитие и поддержка одаренности обучающихся и обеспечение участия в олимпиадах и конкурсах
3.1.	Математическая индукция.	2	
3.2.	Перестановки, размещения, выборки, перестановки с повторениями. Биномиальные коэффициенты и их свойства. Принципы сложения и умножения. Принцип максимума.	2	
3.3.	Самостоятельная работа.	1	
3.4.	Инварианты, полуинварианты, элементарные преобразования.	2	
3.5.	Комбинаторика «Пример + оценка». Подсчёт вариантов, снабжение парой, соответствия.	2	
3.6.	Дискретная непрерывность. Принцип Дирихле. Диаграммы Дена.	1	
3.7	Использование графов при решении задач. Свойства графов, степень вершины, связность, виды графов. Формула Эйлера.	2	
3.8.	Самостоятельная работа.	1	
3.9.	Теорема Рамсея. Задачи по теории игр, игровые стратегии.	2	
3.10.	Элементы математического исследования, примеры исследовательских задач.	1	
	Консультации	4	
	Всего по разделу	20	

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА

Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины:

а) Основная литература:

1.Н.Х. Агаханов и др. Всероссийские олимпиады школьников по математике 1993-2006: Окружной и финальный этапы. М.: МЦНМО, 2007.

2.Н.В.Горбачёв, Сборник олимпиадных задач по математике, М.: МЦНМО, 2004.

3.В.В.Прасолов, Задачи по планиметрии, М.: Наука, 1986.

4.А.А.Фомин, Г.М.Кузнецова, Международные математические олимпиады, М.: Дрофа, 1988.

5.А.В.Спивак, Математический кружок, 6-7 классы, М., Посев, 2003.

6. И.Л.Бабинская, Задачи математических олимпиад, М., Наука, 1975.

7.М.В.Лурье, Б.И.Александров, Задачи на составление уравнений, М., Наука, 1990.

8.М.А.Екимова, Г.П.Кукин, Задачи на разрезание, М., МЦНМО, 2002.

б) Дополнительная литература:

1) Математические турниры имени А.П. Савина. Составитель А.В. Спивак. М.: Бюро Квантум, 2006.

2) Задачник «Кванта». Математика. Под редакцией Н.Б. Васильева. М.: Бюро Квантум, 2006.

3) Геометрические олимпиады им. И.Ф. Шарыгина. Составители А.А. Заславский, В.Ю. Протасов, Д.И. Шарыгин. М.: МЦНМО, 2007.

в) интернет-ресурсы:

http://www.mccme.ru/

http://www.turgor.ru/

http://problems.ru/

http://www.mathlinks.ro/

http://www.artofproblemsolving.com

http://www.imo-official.org/

Примеры задач (достаточно сложных) олимпиадной направленности для 10-11 классов:

1) У каждого целого числа от n+1 до 2n включительно возьмём наибольший нечётный делитель и сложим все эти делители. Докажите, что получится n^2.

2) Найдите 100-значное натуральное число, не содержащее в записи нулей и делящееся на свою сумму цифр.

3) Можно ли прямоугольник 5 на 7 покрыть уголками из трёх клеток в несколько слоёв так, чтобы каждая клетка прямоугольника была покрыта одинаковым числом клеток, принадлежащим уголкам?

4) Фома и Ерёма делят кучу из 25 монет в 1, 2, 3, ..., 25 алтынов. На каждом ходу один из них выбирает монету из кучи, а другой говорит, кому ее отдать. Первый раз выбирает Фома, далее — тот, у кого сейчас больше алтынов, при равенстве — тот же, кто в прошлый раз. Может ли Фома действовать так, чтобы в итоге обязательно получить больше алтынов, чем Ерёма, или Ерёма всегда сможет Фоме помешать?

5) Две окружности пересекаются в точках A и B. Их общая касательная касается их в точках P и Q. Прямая AB пересекает прямую PQ в точке M. Точка B отображается симметрично относительно точки M в точку B'. Прямые B'P и B'Q пересекают вторично окружности в точках E и F соответственно. Докажите, что точки E, B, F лежат на одной прямой.

6) Даны две концентрические окружности. Циркулем и линейкой постройте прямую, на которой эти окружности высекают три равных отрезка.

7) По кругу произвольным образом расставлены числа 1, 2, ..., 30. Стоящие на соседних местах числа можно поменять местами. После некоторого количества таких операций оказалось, что каждое число переместилось на диаметрально противоположное место. Докажите, что в некоторый момент меняли местами числа, сумма которых равна 31.

8) В тетраэдре SABC на ребре AC выбрана произвольная точка D. Сферы, вписанные в тетраэдры SABD и SCBD касаются плоскости ABC в точках P и Q соответственно. Докажите, что угол PBQ равен углу SDB.

9) На сторонах AB,BC и CA треугольника ABC выбраны точки P,Q и R соответственно, такие, что $AP:PB=BQ:QC=CR:RA=2:1$. Известно, что треугольник PQR - равносторонний. Доказать, что треугольник ABC тоже равносторонний.

10) Существуют ли 2010 последовательных натуральных чисел, среди которых ровно 5 простых?

11) Найти все тройки натуральных чисел такие, что произведение любых двух из них при делении на третье даёт остаток 1.

12) В выпуклом многоугольнике на плоскости содержится не меньше m^2+1 точек с целыми координатами. Докажите, что в нём найдётся m+1 точек с целыми координатами, которые лежат на одной прямой.

13) Докажите, что для любого многочлена P с целыми коэффиентами и любого натурального k существует такое натуральное n, что P(1)+P(2)+...+P(n) делится на k.

14) Сколькими различными способами можно разбить множество всех натуральных чисел от 1 до 2014 на три непустых подмножества так, чтобы ни одно из них не содержало двух последовательных чисел?

15) При каких **n** в любой толпе из **n** человек найдутся двое, имеющие одинаковое число знакомых в этой толпе и при этом имеющих тут общего знакомого, либо общего незнакомого.

16) Доказать, что из 11 различных двузначных чисел всегда можно выбрать два не пересекающихся подмножества, средние арифметические чисел в каждом из которых равны.